

Matemáticas I  
Ejercicio de las unidades 1 y 2  
5 de noviembre de 2013

Nombre y apellidos:.....

1. Describe mediante las desigualdades características los siguientes conjuntos numéricos:
  - a)  $E(-2, 1)$
  - b)  $(-\infty, 6)$
2. Racionaliza y simplifica:  $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{96}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{6}}$
3. Calcula:  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{5n-2}{5n+1}\right)^{-3n}$
4. Sabiendo que  $\log_a b = 0,75$  y  $\log_a c = 2,25$  calcula:  $\log_a \frac{a^2 b}{\sqrt[3]{c}}$
5. Calcula y simplifica:  $\left(\frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2}\right) : \frac{x^2-x}{x^2-4}$
6. Resuelve:  $\sqrt{x+1} + \sqrt{2x} = 7$
7. En un lago artificial se introducen 85 truchas que se reproducen según la fórmula  $N = 85 \cdot e^{2t}$ , donde  $N$  es el número de truchas y  $t$  el número de años transcurridos desde la introducción de las truchas en el lago.
  - a) ¿Cuántas truchas habrá dentro de 3 años?
  - b) ¿Cuánto tiempo tiene que transcurrir para que haya más de 100.000 truchas?
8. Resuelve:  $\frac{x+2}{x-x^2} \leq 0$
9. Resuelve:  $4^x + 10 \cdot 2^x - 56 = 0$
10. En una tienda de ropa figura la siguiente información:
  - Tres pantalones cuestan lo mismo que una camisa y cuatro jerseys.
  - Cinco pantalones cuestan lo mismo que cinco camisas y cuatro jerseys.
  - Un pantalón, una camisa y un jersey cuestan 85 €.¿Cuánto cuesta cada prenda?

$$\textcircled{1} \text{ a) } E(-2, 1) = \{x \in \mathbb{R}, |x+2| < 1\}$$

$$\text{b) } (-\infty, 6) = \{x \in \mathbb{R}, x < 6\}$$

$$\textcircled{2} \frac{\sqrt{20} + \sqrt{96}}{3\sqrt{5} - 2\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2^2 \cdot 5} + \sqrt{2^2 \cdot 3})(3\sqrt{5} + 2\sqrt{6})}{(3\sqrt{5} - 2\sqrt{6})(3\sqrt{5} + 2\sqrt{6})} = \frac{(2\sqrt{5} + 4\sqrt{6})(3\sqrt{5} + 2\sqrt{6})}{(3\sqrt{5})^2 - (2\sqrt{6})^2} =$$

$$= \frac{6\sqrt{25} + 4\sqrt{30} + 12\sqrt{30} + 8\sqrt{36}}{45 - 24} = \frac{30 + 16\sqrt{30} + 48}{21} = \frac{78 + 16\sqrt{30}}{21}$$

$$\textcircled{3} \lim_{u \rightarrow +\infty} \left( \frac{5u-2}{5u+1} \right)^{-3u} = [1^\infty] = e^{\lim_{u \rightarrow +\infty} \left( \frac{5u-2}{5u+1} - 1 \right) \cdot (-3u)} =$$

$$= e^{\lim_{u \rightarrow +\infty} \left( \frac{5u-2 - (5u+1)}{5u+1} \right) \cdot (-3u)} = e^{\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{-3}{5u+1} \cdot (-3u)} =$$

$$= e^{\lim_{u \rightarrow +\infty} \frac{9u}{5u+1}} = e^{9/5}$$

$$\textcircled{4} \log_a \frac{a^2 b}{\sqrt[3]{c}} = \log_a a^2 b - \log_a c^{1/3} = 2 \log_a a + \log_a b -$$

$$- \frac{1}{3} \log_a c = 2 \cdot 1 + 0,75 - \frac{1}{3} 2,25 = 2 + 0,75 - 0,75 =$$

$$= 2$$

$$\textcircled{5} \left( \frac{x+1}{x-2} - \frac{x-1}{x+2} \right) : \frac{x^2-x}{x^2-4} = \left( \frac{(x+1)(x+2) - (x-2)(x-1)}{x^2-4} \right) : \frac{x^2-x}{x^2-4}$$

$$= \frac{x^2+3x+2 - (x^2-3x+2)}{x^2-4} : \frac{x^2-x}{x^2-4} = \frac{6x}{x^2-4} : \frac{x^2-x}{x^2-4} =$$

$$= \frac{6x \cancel{(x^2-4)}}{\cancel{(x^2-4)}(x^2-x)} = \frac{6x}{x(x-1)} = \frac{6}{x-1}$$

$$\begin{aligned}
\textcircled{6} \quad & \sqrt{x+1} + \sqrt{2x} = 7 \Rightarrow \sqrt{x+1} = 7 - \sqrt{2x} \Rightarrow \\
& \Rightarrow (\sqrt{x+1})^2 = (7 - \sqrt{2x})^2 \Rightarrow x+1 = 49 - 14\sqrt{2x} + 2x \Rightarrow \\
& \Rightarrow 14\sqrt{2x} = x+48 \Rightarrow (14\sqrt{2x})^2 = (x+48)^2 \Rightarrow \\
& \Rightarrow 196 \cdot 2x = x^2 + 96x + 2304 \Rightarrow 392x = x^2 + 96x + 2304 \\
& \Rightarrow 0 = x^2 - 296x + 2304 \Rightarrow x = \frac{296 \pm \sqrt{87616 - 9216}}{2} \Rightarrow \\
& \Rightarrow x = \frac{296 \pm \sqrt{78400}}{2} = \frac{296 \pm 280}{2} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = \frac{16}{2} = 8 \\ x = \frac{576}{2} = 288 \end{array} \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l}
\text{si } x=8 \quad \sqrt{8+1} + \sqrt{2 \cdot 8} = 7 \\
\text{si } x=288 \quad \sqrt{288+1} + \sqrt{2 \cdot 288} \neq 7
\end{array} \Rightarrow \boxed{x=8}$$

$$\textcircled{7} \quad \text{a) } t=3 \Rightarrow N = 85 \cdot e^6 = 34.291,44 \approx 34.291$$

$$\text{b) } 85 \cdot e^{2t} = 100000 \Rightarrow e^{2t} = \frac{100000}{85} \Rightarrow$$

$$2t = \ln \frac{100.000}{85} \Rightarrow t = \frac{1}{2} \ln \frac{100.000}{85} = 3,5351 \text{ años}$$

$$\textcircled{8} \quad \frac{x+2}{x-x^2} \leq 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{E.a.u.: } x+2=0 \Rightarrow x=-2 \\ \text{E.a.d.: } x-x^2=0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases} \end{cases}$$

$$-\infty \quad -2 \quad 0 \quad 1 \quad +\infty \quad \text{Solución } x \in [-2, 0) \cup (1, +\infty)$$

$$\textcircled{9} \quad 4^x + 10 \cdot 2^x - 56 = 0 \Rightarrow 2^{2x} + 10 \cdot 2^x - 56 = 0 \Rightarrow 2^{2x} = y$$

$$\Rightarrow y^2 + 10y - 56 = 0 \Rightarrow y = \frac{-10 \pm \sqrt{100 + 224}}{2} \Rightarrow$$

$$y = \frac{-10 \pm \sqrt{324}}{2} = \frac{-10 \pm 18}{2} \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \\ y = -14 \end{cases}$$

$$\text{si } y = 4 \quad 2^x = 4 \Rightarrow x = 2$$

$$\text{si } y = -14 \quad 2^x = -14 \Rightarrow x \notin \mathbb{R}$$

$\textcircled{10}$   $p$  = precio del pantalón  
 $c$  = precio de la camisa  
 $j$  = precio del jersey

$$\begin{cases} 3p = c + 4j \\ 5p = 5c + 4j \\ p + c + j = 85 \end{cases} \Rightarrow$$

reordenando  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} p + c + j = 85 \\ 3p - c - 4j = 0 \\ 5p - 5c - 4j = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 - 3E_1 \\ E_3 - 5E_1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} p + c + j = 85 \\ -4c - 7j = -255 \\ -10c - 9j = -425 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ 2E_3 - 5E_2 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} p + c + j = 85 \\ -4c - 7j = -255 \\ 17j = 425 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow p &= 85 - 20 - 25 = 40 \\ \uparrow \\ \Rightarrow -4c &= -255 + 7 \cdot 25 \Rightarrow c = 20 \\ \uparrow \\ \Rightarrow j &= \frac{425}{17} = 25 \end{aligned}$$

$$(p, c, j) = (40, 20, 25)$$